

Хмельник С. И.

Математическая модель электрического торнадо

Аннотация

Предполагается, что существование торнадо обеспечивается множеством внутренних молний. Строится математическая модель торнадо, показывается структура электромагнитного поля и электротоков в торнадо. Далее показывается (как следствие этой модели), что в торнадо может циркулировать поток электромагнитной энергии и таким образом может сохраняться энергия, полученная торнадо при электрических разрядах. Показываются причины устойчивости формы и вертикального положения торнадо, а также причины движения, колебания и расширения торнадо.

Оглавление

1. Введение
 2. Математическая модель
 3. Потоки энергии
 4. Потоки энергии и устойчивость формы
 5. Энергия торнадо
 6. Движение торнадо
 7. Вертикальная устойчивость
 8. Количественные оценки
 9. Высокочастотные разряды
 10. Выводы
- Литература

1. Введение

В торнадо представляется наиболее удивительным тот факт, что оно сохраняет свою странную форму в течение длительного времени при движении с большими скоростями. Внутренние потоки твердых частиц и воздуха могут только потреблять энергию

(на трение), а перепады давления создаются этими потоками и потому не могут быть источниками энергии.

Можно предположить, что энергия, получаемая торнадо при разрядах внутренних молний, некоторое время сохраняется. Более того, можно предположить, что именно потоки внутренней энергии придают устойчивость весьма неустойчивой форме торнадо и заставляют торнадо двигаться. Основанием для такого предположения служит приведенное в [1] обоснование устойчивости шаровой молнии тем, что в ней циркулируют потоки ее внутренней энергии.

Существуют различные математические модели торнадо (см., например, [2-6]), но на их основе автору не удастся рассмотреть внутреннюю энергетику торнадо. Поэтому ниже рассматривается иная модель. Она является упрощенной, но позволяет сформировать качественную картину "внутреннего устройства" торнадо.

2. Математическая модель

Модель основана на следующих предположениях. Торнадо состоит из заряженных частиц (что подтверждается известными наблюдениями [5]). Движение этих частиц уподобляется электрическому току. Внутренние молнии в торнадо можно отождествить с отрезками провода, по которому течет ток. Механические взаимодействия указанных частиц считаются эквивалентными электрическому сопротивлению. Рассматривается только движение, при котором ускорениями, вызванными механическим взаимодействием можно пренебречь.

Подобная модель рассмотрена в [7-9] для описания процесса распространения тока и электромагнитной энергии по проводу. В сущности, эта модель предполагает, что электроны в проводе движутся не только вдоль оси провода, но и по радиусам и окружностям. Последние траектории определяются силами Лоренца, возникающими между электронами, движущимися в суммарном магнитном поле всех движущихся электронов. Такая модель позволила математически обосновать утверждение о том, что потоки электромагнитной энергии также движутся вдоль провода, по радиусам, по окружностям.

В [8] была описана структура постоянного тока магнитного поля в цилиндрическом проводе. Показано (на основе решения уравнений Максвелла), что в цилиндрических координатах r , φ , z

напряженности магнитного поля H и плотности токов J определены следующим образом:

$$H_{r \cdot} = \frac{\alpha}{2} h_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi), \quad (1)$$

$$H_{\varphi \cdot} = h_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi) + \frac{J_o r}{2} \quad (2)$$

$$H_z = -\frac{1}{2} j_{\varphi} r^2 \sin(\alpha\varphi), \quad (3)$$

$$J_{r \cdot} = -\frac{\alpha}{2} j_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi), \quad (4)$$

$$J_{\varphi \cdot} = j_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi), \quad (5)$$

$$J_z = J_o + h_{\varphi} (1 + \alpha - \alpha^2/2) \cos(\alpha\varphi), \quad (6)$$

$$j_{\varphi} = -h_{\varphi} \eta / R, \quad (7)$$

$$\eta = -\frac{1}{2} (1 + \alpha - \alpha^2/2) \sqrt{(4 + \alpha^2)}. \quad (8)$$

Здесь h_{φ} - константа, α - целое число, константа, J_o - плотность основного тока вдоль оси, R - внешний радиус провода, L - длина провода, ρ - удельное электросопротивление.

В [9] была описана структура потоков электромагнитной энергии постоянного тока магнитного поля в цилиндрическом проводе с постоянным током. Показано, что плотность потока электромагнитной энергии

$$S = \rho J \times H. \quad (11)$$

Магнитная сила Лоренца

$$F = J \times B, \quad (12)$$

Следовательно, в проводе с постоянным током магнитная сила Лоренца пропорциональна вектору Пойнтинга. Точнее,

$$F = S / (\mu\rho). \quad (13)$$

Векторное произведение (11) в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\frac{S}{\rho} = J \times H = \begin{bmatrix} S_r \\ S_{\varphi} \\ S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{\varphi} H_z - J_z H_{\varphi} \\ J_z H_r - J_r H_z \\ J_r H_{\varphi} - J_{\varphi} H_r \end{bmatrix} \quad (14)$$

4. Потоки энергии и устойчивость формы

4.1. В каждой точке цилиндрической поверхности существует два потока электромагнитной энергии, направленных по радиусу, с плотностями

$$S_{r1} = \rho J_\phi H_z, \quad S_{r2} = -\rho J_z H_\phi \quad (15)$$

- см. рис 2. Суммарная плотность потока в каждой точке цилиндрической поверхности, направленного по радиусу,

$$S_r = S_{r1} + S_{r2} = \rho(J_\phi H_z - J_z H_\phi) \quad (16)$$

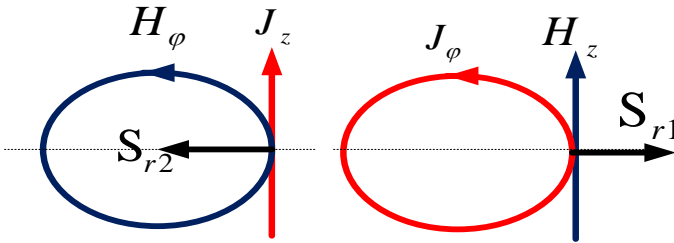


Рис. 2.

4.2. В каждой точке сечения цилиндра существует два потока электромагнитной энергии, направленных вертикально, с плотностями

$$S_{z1} = -\rho J_\phi H_r, \quad S_{z2} = \rho J_r H_\phi \quad (17)$$

- см. рис 3. Суммарная плотность потока в каждой точке сечения цилиндра, направленного по вертикали,

$$S_z = S_{z1} + S_{z2} = \rho(J_r H_\phi - J_\phi H_r) \quad (18)$$

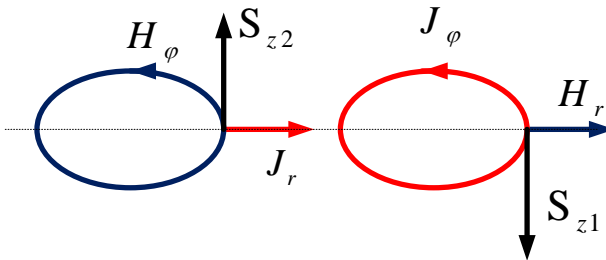


Рис. 3.

4.3. В каждой точке сечения цилиндра существует два потока электромагнитной энергии, направленных по окружности, с плотностями

$$S_{\varphi 1} = \rho J_z H_r, \quad S_{\varphi 2} = -\rho J_r H_z, \quad (19)$$

- см. рис 4. Суммарная плотность потока в каждой точке цилиндрической поверхности, направленного по окружности,

$$S_{\varphi} = S_{\varphi 1} + S_{\varphi 2} = \rho(J_z H_r - J_r H_z) \quad (20)$$

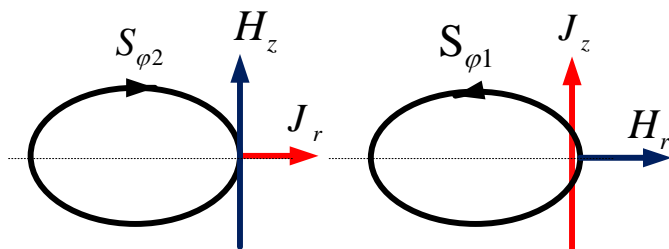


Рис. 4.

Плотности потоков в функции от радиуса r имеют вид:

$$\left[\begin{array}{l} \overline{S_r} = -\frac{J_o^2 r}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} j_{\varphi}^2 r^3 - \frac{h_{\varphi}^2 r}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\alpha^2}{2}\right) \\ S_{r\varphi z} = \overline{S_{\varphi}} = -\frac{\alpha^2}{2\sqrt{2}} h_{\varphi}^2 r \\ \overline{S_z} = -j_{\varphi} h_{\varphi} r^2 \frac{\alpha}{2} \end{array} \right] \quad (21)$$

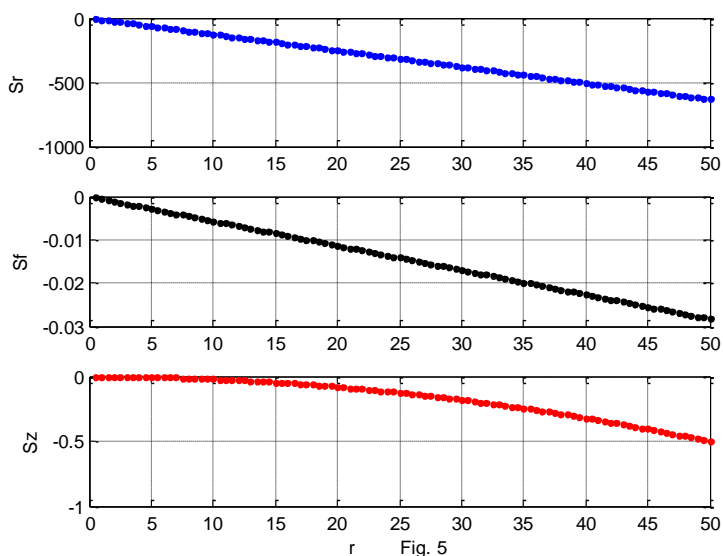


Fig. 5

На рис. 5 показаны графики функций S_r , S_f , S_z из (21). Расчет выполнен при $R = 50$, $J_o = 2$, $\alpha = 2$, $h_\varphi \approx 0.01J_o$, $j_\varphi = 0.5h_\varphi$. Выбор этих значений обоснован ниже в разделе 7. Здесь и далее все расчеты выполнены в системе СИ.

Поток энергии отсутствует вне тела торнадо. Внутри тела он направлен

- по радиусу от периферии к центру - S_r ;
- по окружности - S_f ;
- по вертикали - S_z ; направление этого потока зависит от направления тока (по или против часовой стрелки); в нашей модели это направление не определено.

Наибольшую величину имеет поток S_r . В дальнейшем мы будем пользоваться оценкой плотности потока, равной средней плотности S_r , т.е.

$$S_{mid} = \frac{\rho}{R} \int_0^R \overline{S_r} dr = \frac{1}{R} \int_0^R \left(\frac{J_o^2 r}{2} + \frac{1}{2\sqrt{2}} j_\varphi^2 r^3 + \frac{h_\varphi^2 r}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) \right) dr$$

или

$$S_{mid} = \rho \left(\frac{J_o^2 R}{4} + \frac{j_\varphi^2 R^3}{8\sqrt{2}} + \frac{h_\varphi^2 R}{2\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\alpha^2}{2} \right) \right) \quad (22)$$

Примем, что $\alpha = 2$. Тогда (как показано в [8]) $h_\varphi \approx 0.01J_o$, и (как следует из (7, 8)) $j_\varphi = 10h_\varphi/R$. Подставляя эти значения в (22), получаем:

$$\begin{aligned} S_{mid} &= \rho \left(\frac{J_o^2 R}{4} + \frac{100h_\varphi^2 R}{8\sqrt{2}} - \frac{h_\varphi^2 R}{2\sqrt{2}} \right) = \\ &= \rho J_o^2 R \left(\frac{1}{4} + \frac{0.01}{8\sqrt{2}} - \frac{0.0001}{2\sqrt{2}} \right) \approx 0.25 \rho J_o^2 R \end{aligned} \quad (23)$$

Полагая, что поток с этой плотностью проходит через площадь $R \cdot L$, находим средний внутренний поток энергии в теле торнадо:

$$\overline{S_{mid}} \approx 0.25 \rho J_o^2 R^2 L \quad (24)$$

Внутренний поток энергии обеспечивает сохранение формы торнадо, ибо изменение его формы требует притока внешней энергии [1].

5. Энергия торнадо

При известном внутреннем потоке энергии торнадо энергию цилиндрического неподвижного торнадо можно рассчитать по формуле

$$W = \frac{1}{c} \int_V S_{mid} \cdot dV = \frac{\rho J_o^2 R}{4c} \cdot \pi R^2 L = \frac{\rho \pi J_o^2 R^3 L}{4c}, \quad (25)$$

где c – скорость света, V - объем тела торнадо.

6. Движение торнадо

Траектория движения торнадо плохо предсказуема. Кроме того, "хобот" торнадо – совсем не идеальный цилиндр и во время движения меняет свою линию. В целом можно сказать, что торнадо совершает хаотические движения. Для того, чтобы показать, что движение торнадо совершается за счет внутренней энергии (а не за счет силы ветра) снова обратимся к рассмотрению внутреннего потока электромагнитной энергии.

Известно, что поток электромагнитной энергии обладает импульсом. При симметричном распределении радиального потока энергии соответствующий ему импульс равен нулю, поскольку импульсы отдельных объемов потока компенсируют друг друга. Если же осевая симметрия цилиндра нарушена, то возникает нескомпенсированный импульс радиального потока – радиальный импульс. Известно, что плотность потока электромагнитной энергии S и плотность импульса поля p связаны соотношением

$$p = S/c^2, \quad (26)$$

где c – скорость света. Следовательно, плотность нескомпенсированного радиального импульса

$$p_r = \xi S_{mid}/c^2, \quad (27)$$

где $\xi < 1$ – коэффициент, характеризующий нарушение симметрии цилиндра. Радиальный импульс поля

$$P_r = p_r V = \xi \pi R^2 L S_{mid}/c^2, \quad (28)$$

В соответствии с законом сохранения импульса равный ему импульс действует на объем тела торнадо в противоположном направлении. Этот радиальный импульс приводит к искажению формы "хобота" и движению торнадо в целом. При увеличении внутренней энергии и, следовательно, увеличении внутреннего потока энергии и импульса указанный радиальный импульс расширяет объем тела торнадо.

7. Вертикальная устойчивость

В теле торнадо существует также поток энергии вдоль вертикальной оси, направленный вниз. Ему соответствует импульс электромагнитного поля, также направленный вниз. В соответствии с законом сохранения импульса равный ему импульс действует на объем тела торнадо в противоположном направлении, т.е. вверх. Этот импульс поддерживает торнадо в вертикальном положении. Плотность вертикального импульса поля может быть определена по формуле

$$p_z = S_{zmid} / c^2, \quad (29)$$

где S_{zmid} - среднее значение плотности вертикального потока энергии. Вертикальный импульс поля

$$P_z = p_z V = \pi R^2 L S_{zmid} / c^2, \quad (30)$$

Среднее значение S_{zmid} определим аналогично предыдущему. Найдем оценку плотности вертикального потока, равной средней плотности S_z , т.е.

$$S_{zmid} = \frac{\rho}{R} \int_0^R \overline{S_z} dr = \frac{1}{R} \int_0^R \left(j_\varphi h_\varphi r^2 \frac{\alpha}{2} \right) dr \quad (31)$$

или

$$S_{zmid} = \frac{\rho \alpha j_\varphi h_\varphi R^2}{6} \quad (32)$$

Примем, как и выше, что $\alpha = 2$, $h_\varphi \approx 0.01 J_o$, $j_\varphi = 10 h_\varphi / R$. Подставляя эти значения в (32), получаем:

$$S_{zmid} = \frac{\rho \cdot 2 \cdot 10 \cdot h_\varphi^2 R}{6} = 0.0033 \rho J_o^2 R \quad (33)$$

Поток с этой плотностью проходит через площадь πR^2 , поэтому средний вертикальный поток энергии в теле торнадо

$$\overline{S_{zmid}} = 0.01 \rho J_o^2 R^3 \quad (34)$$

8. Количественные оценки

Прежде всего, необходимо оценить силу тока и размеры токопроводящего канала торнадо. Четких оценок не существует. Ниже мы остановимся на следующих величинах: $R = 0.05m$,

$L = 1000m$, $\rho = 1000 \text{ Ом}\cdot\text{м}$, ток - 200 тысяч ампер и, следовательно, $J_o = 2 \cdot 10^5 / \pi R^2 \approx 25 \text{ А}/\text{м}^2$.

Найдем, как в [8] при $\alpha = 2$, $h_\phi \approx 0.01 J_o$, $j_\phi = -10 h_\phi / R$, максимальные токи и напряженности из (1-8):

$$H_{r\cdot} = \pm h_\phi R, H_{\phi\cdot} = \frac{J_o R}{2} + H_{\phi\text{var}}, H_{\phi\text{var}} = \pm h_\phi R, H_z = \pm \frac{1}{2} j_\phi R^2, \quad (35)$$

$$J_{r\cdot} = \pm j_\phi R, J_{\phi\cdot} = \pm j_\phi R, J_z = J_o + J_{z\text{var}}, J_{z\text{var}} \pm 2 h_\phi. \quad (36)$$

Электромагнитную энергию и импульсы будем вычислять по вышеприведенным формулам. Перечисленные данные и найденные величины сведены в табл. 1

Таблица 1.

Формула	Величина	Размерность	Номер формулы
R	0.05	м	дано
L	1000	м	дано
J	$2 \cdot 10^5$	А	дано
J_o	$25 \cdot 10^6$	А/м ²	дано
ρ	1000	Ом*м	дано
$h_\phi \approx 0.01 J_o$	$25 \cdot 10^4$	А/м ²	дано
$j_\phi = -10 h_\phi / R$	$5 \cdot 10^7$	А/м ³	дано
$H_{r\cdot} = \pm h_\phi R$	10^4	А/м	(35)
$H_{\phi\cdot} = \frac{J_o R}{2}$	$6 \cdot 10^5$	А/м	(35)
$H_{\phi\text{var}} = \pm h_\phi R$	10^4	А/м	(35)
$H_z = \pm \frac{1}{2} j_\phi R^2$	$6 \cdot 10^4$	А/м	(35)
$J_{r\cdot} = \pm j_\phi R$	$2 \cdot 10^6$	А/м ²	(36)
$J_{\phi\cdot} = \pm j_\phi R$	$2 \cdot 10^6$	А/м ²	(36)
$J_{z\text{var}} \pm 2 h_\phi$	$5 \cdot 10^5$	А/м ²	(36)
$S_{mid} \approx 0.25 \rho J_o^2 R$	8^{15}	кг·с ⁻³	(23)
$\overline{S_{mid}} \approx 0.25 \rho J_o^2 R^2 L$	$4 \cdot 10^{17}$	Дж/с = кг·м ² ·с ⁻³	(24)

$W = \frac{\rho \pi J_o^2 R^3 L}{4c}$	2^8	$\Delta_{ж} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$	(25)
$P_r = 0.15 \pi R^2 L S_{mid} / c^2$	0.1	$\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}$	(28)
$S_{zmid} = 0.0033 \rho J_o^2 R$	10^{14}	$\text{кг} \cdot \text{с}^{-3}$	(33)
$\overline{S_{zmid}} = 0.01 \rho J_o^2 R^3$	$8 \cdot 10^{11}$	$\Delta_{ж} / \text{с} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$	(34)
$P_z = \pi R^2 L S_{zmid} / c^2$	0.01	$\text{кг} \cdot \text{м} / \text{с}$	(30)
$P = 10^{-5} \rho J_o^2 R^3$	$8 \cdot 10^8$	$\Delta_{ж} / \text{с} = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-3}$	(37)
$T = \frac{\pi L}{4 \cdot 10^{-5} c}$	0.3	с	(38)

9. Высокочастотные разряды

Все оценки получены для постоянного тока. Реально в торнадо происходят высокочастотные (с частотой $f \approx 10^6$) разряды с некоторым периодом. При этом все оценки магнитных напряженностей, потоков, импульсов и энергии надо увеличить в $2\pi f$ раз.

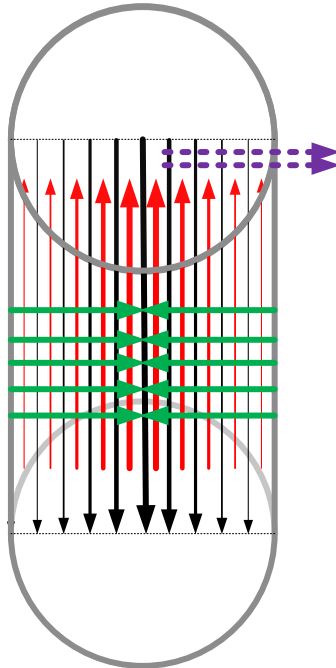


Рис. 6.

Поток энергии, возникший при разряде, сохраняется и продолжает циркулировать в теле торнадо. При этом токи отсутствуют. Как следует из вышеизложенного, поток энергии циркулирует по сечению "хобота" торнадо и вниз по "хоботу".

На рис. 6 в цилиндрическом теле торнадо условно показаны поток энергии $\overline{S_{zmid}}$ (вертикальные стрелки, направленные вниз), поток энергии $\overline{S_{mid}}$ (горизонтальные стрелки), вертикальный импульс P_z вещества торнадо (вертикальные стрелки, направленные вверх), горизонтальный импульс P_r вещества торнадо (горизонтальная пунктирная стрелка).

Энергия потока, направленного вниз, расходуется на поддержание вертикального положения "хобота". Как следует из вышеизложенного (см. рис. 5) поток энергии, направленный вниз, составляет примерно 0.001 от общего потока. Это означает, что электромагнитная энергия, полученная при разряде, расходуется с мощностью – см. (34):

$$P = 0.001 \overline{S_{zmid}} = 10^{-5} \rho J_o^2 R^3. \tag{37}$$

Из (37, 25) можно найти время существования "хобота" без постоянной энергетической "подпитки" электрическими разрядами:

$$T = \frac{W}{P} = \frac{\rho \pi J_o^2 R^3 L}{10^{-5} \rho J_o^2 R^3 4c} \approx \frac{\pi L}{4 \cdot 10^{-5} c} \tag{38}$$

- см. табл. 1. Важно отметить, что в этом расчете времени **не** учитывается то, что в теле торнадо может одновременно существовать несколько разрядов.

10. Выводы

Показано, что в электрическом торнадо существуют потоки электромагнитной энергии и соответствующие им потоки электромагнитного импульса. Потоки электромагнитной энергии сохраняют цилиндрическую форму торнадо. Потоки электромагнитного импульса передаются веществу тела торнадо, что объясняет вертикальность "хвоста", его колебания, хаотическую траекторию движения торнадо в целом, расширение тела торнадо при увеличении внутренней энергии.

Литература

1. Хмельник С.И. Математическая модель шаровой молнии, данный выпуск
2. Wen Y. K. Dynamic tornado wind loads on tall buildings / Wen Y. K. // Journ. Of Struct. Div., Proc. ASCE, 1975, STI, p.169.
3. Власов А.А. О вибрационных свойствах электронного газа, Журнал экспериментальной и теоретической физики, 1938, Т. 8 (3), http://ufn.ru/ufn67/ufn67_11/Russian/r6711f.pdf, https://ru.wikipedia.org/wiki/Уравнение_Власова
4. Руткевич П.Б., Руткевич П.П. Аксиально-симметричная модель неустойчивости типа торнадо, http://d33.infospace.ru/d33_conf/2011v8n4/76-82.pdf
5. Смерчи и торнадо, http://www.krugosvet.ru/enc/nauka_i_tehnika/fizika/smerchi_i_tornado.html?page=0,3
6. Моделирование «глаз» циклонов, торнадо-смерчей, течений мирового океана, http://old.msun.ru/vector/Konuhov_ATR/Glaz_ciklona.htm
7. Хмельник С.И. Поток электромагнитной энергии в проводнике с постоянным током, «Доклады независимых авторов», изд. «DNA», ISSN 2225—6717, Россия – Израиль, 2015, вып. 32. ISBN 978—1-312-19894-4, printed in USA, Lulu Inc., ID 16319679; <http://vixra.org/pdf/1503.0048v1.pdf>
8. Хмельник С.И. Структура постоянного тока, данный выпуск.
9. Хмельник С.И. Структура потока электромагнитной энергии в проводе с постоянным током, данный выпуск.
10. Хмельник С.И. Математическая модель электрического торнадо, <http://vixra.org/pdf/1504.0088v1.pdf>