

Хмельник С. И.

# Структура потока электромагнитной энергии в проводе с постоянным током

## Аннотация

Рассматривается структура потоков электромагнитной энергии в проводе, по которому идет постоянный ток. Показывается, что существует поток, направленный по радиусу к центру провода; поток, циркулирующий по окружности сечения провода; поток, направленный вдоль провода в направлении основного тока. Поток, направленный извне в боковую поверхность провода, отсутствует.

## Оглавление

1. Введение
  2. Поток электромагнитной энергии
  3. Анализ результатов
- Приложение – таблица размерностей  
Литература

## 1. Введение

В [1] была описана структура постоянного тока магнитного поля в цилиндрическом проводе. Показано (на основе решения уравнений Максвелла), что в цилиндрических координатах  $r$ ,  $\varphi$ ,  $z$  напряженности магнитного поля и плотности токов определены следующим образом:

$$H_r = \frac{\alpha}{2} h_\varphi r \sin(\alpha\varphi), \quad (1)$$

$$H_\varphi = h_\varphi r \cos(\alpha\varphi) + \frac{J_o r}{2} \quad (2)$$

$$H_z = -\frac{1}{2} j_\varphi r^2 \sin(\alpha\varphi), \quad (3)$$

$$J_{r\cdot} = -\frac{\alpha}{2} j_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi), \quad (4)$$

$$J_{\varphi\cdot} = j_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi), \quad (5)$$

$$J_z = J_o + h_{\varphi} \left( (1 - \alpha^2/2) \cos(\alpha\varphi) - \alpha \sin(\alpha\varphi) \right), \quad (6)$$

где при данных  $j_{\varphi}$ ,  $h_{\varphi}$ ,  $\alpha$  - константы, а  $J_o$  - плотность тока источника напряжения - см. также приложение. Показано также, что вследствие принципа минимума тепловых потерь

$$j_{\varphi} = \pm h_{\varphi} \eta / R, \quad (7)$$

где

$$\eta = \sqrt{(4 + \alpha^4) / (1 + \alpha^2/4)}. \quad (8)$$

При этом плотность мощности тепловых потерь

$$P = \pi R^2 L \rho \left( J_o^2 + h_{\varphi}^2 (1/4 + \alpha^4/16) \right). \quad (9)$$

Здесь  $R$  - внешний радиус провода,  $L$  - длину провода,  $\rho$  - удельное электросопротивление. Выбор знака в формуле (7) не рассматривался в [1], но будет рассмотрен ниже.

В [2] рассматривался поток электромагнитной энергии в проводнике с постоянным током. Ниже анализ структуры этого потока проводится более строго на основе найденной строго в [1] структуры постоянного тока.

## 2. Поток электромагнитной энергии

Плотность потока электромагнитной энергии - вектор Пойнтинга

$$S = E \times H. \quad (10)$$

Совмещая (7, 31), получаем:

$$S = \rho J \times H. \quad (11)$$

Магнитная сила Лоренца

$$F = J \times B, \quad (12)$$

Следовательно, в проводе с постоянным током магнитная сила Лоренца пропорциональна вектору Пойнтинга. Точнее,

$$F = S / (\mu\rho), \quad (13)$$

Для возникновения тока в проводнике кроме силы Лоренца должно выполняться еще одно условие: проводник должен быть замкнут. Следовательно, можно утверждать, что вектор Пойнтинга создает э.д.с. в проводнике. Этот вопрос с другой стороны рассмотрен в [3], где такая э.д.с. названа четвертым видом электромагнитной

индукции. Формально эту э.д.с. можно определить следующим образом.

Векторное произведение (11) в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\frac{S}{\rho} = J \times H = \begin{bmatrix} J_{\varphi} H_z - J_z H_{\varphi} \\ J_z H_r - J_r H_z \\ J_r H_{\varphi} - J_{\varphi} H_r \end{bmatrix} \quad (14)$$

Найдем слагаемые в (14), используя (1-6):

$$S_{r\varphi} = H_r J_{\varphi} = \frac{\alpha}{2} h_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi) j_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi) = h_{\varphi} j_{\varphi} \frac{\alpha}{2} r^2 \sin^2(\alpha\varphi) \quad (15)$$

$$S_{\varphi r} = H_{\varphi} J_r = -\left( h_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi) + \frac{J_o r}{2} \right) j_{\varphi} \frac{\alpha}{2} r \cos(\alpha\varphi) \quad (16)$$

$$S_{rz} = H_r J_z = \frac{\alpha}{2} h_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi) \left( J_o + h_{\varphi} \left( (1 + \alpha - \alpha^2/2) \cos(\alpha\varphi) \right) \right), \quad (17)$$

$$S_{zr} = H_z J_r = \frac{1}{2} j_{\varphi} r^2 \sin(\alpha\varphi) \frac{\alpha}{2} j_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi) = -j_{\varphi}^2 \frac{\alpha}{8} r^3 \sin(2\alpha\varphi), \quad (18)$$

$$S_{\varphi z} = H_{\varphi} J_z = \left( h_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi) + \frac{J_o r}{2} \right) \left( J_o + h_{\varphi} \left( (1 + \alpha - \alpha^2/2) \cos(\alpha\varphi) \right) \right), \quad (19)$$

$$S_{z\varphi} = H_z J_{\varphi} = -\frac{1}{2} j_{\varphi} r^2 \sin(\alpha\varphi) j_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi) = -\frac{1}{2} j_{\varphi}^2 r^3 \sin^2(\alpha\varphi) \quad (20)$$

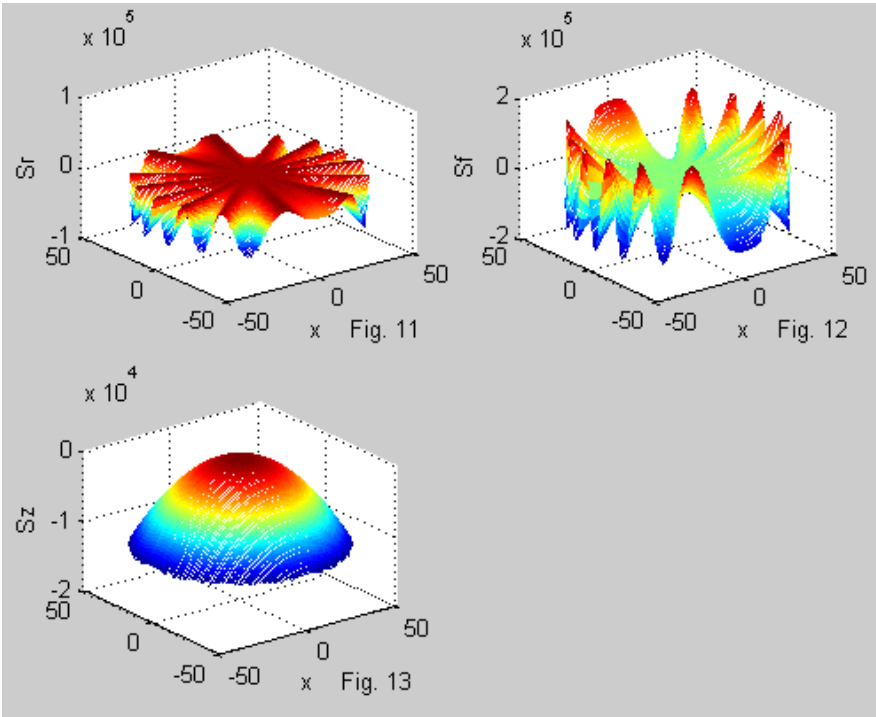
Используя (15-20), запишем проекции вектора (14):

$$S_{r\varphi z} = \begin{bmatrix} S_r = J_{\varphi} H_z - J_z H_{\varphi} = -\frac{1}{2} j_{\varphi}^2 r^3 \sin^2(\alpha\varphi) - \\ - \left( h_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi) + \frac{J_o r}{2} \right) \cdot \left( J_o + h_{\varphi} \left( (1 + \alpha - \alpha^2/2) \cos(\alpha\varphi) \right) \right) \\ S_{\varphi} = J_z H_r - J_r H_z = \frac{\alpha}{2} J_o h_{\varphi} r \sin(\alpha\varphi) + \\ + \frac{\alpha}{4} h_{\varphi}^2 r \left( (1 + \alpha - \alpha^2/2) \sin(2\alpha\varphi) \right) + j_{\varphi}^2 \frac{\alpha}{8} r^3 \sin(2\alpha\varphi) \\ S_z = J_r H_{\varphi} - J_{\varphi} H_r = -j_{\varphi} \frac{\alpha}{2} r \cos(\alpha\varphi) \left( h_{\varphi} r \cos(\alpha\varphi) + \frac{J_o r}{2} \right) - \\ - h_{\varphi} j_{\varphi} \frac{\alpha}{2} r^2 \sin^2(\alpha\varphi) \end{bmatrix}$$

ИЛИ

$$\left. \begin{aligned}
 S_r &= -\frac{1}{2} j_\varphi^2 r^3 \sin^2(\alpha\varphi) - \frac{J_o^2 r}{2} - J_o h_\varphi r \cos(\alpha\varphi) - \\
 &\quad - \frac{J_o r}{2} h_\varphi \left( \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \cos(\alpha\varphi) \right) - h_\varphi^2 r \left( \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \cos^2(\alpha\varphi) \right) \\
 S_{r\varphi z} &= S_\varphi = \frac{\alpha}{2} J_o h_\varphi r \sin(\alpha\varphi) + \frac{\alpha}{8} j_\varphi^2 r^3 \sin(2\alpha\varphi) \\
 &\quad + \frac{\alpha}{4} h_\varphi^2 r \left( \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \sin(2\alpha\varphi) \right) \\
 S_z &= -j_\varphi h_\varphi r^2 \frac{\alpha}{2} - j_\varphi J_o r^2 \frac{\alpha}{4} \cos(\alpha\varphi)
 \end{aligned} \right\} (21)$$

На рис. 11-13 показаны графики функций (21) при  $\alpha = 2$ .



Средняя на каждой окружности плотность потока электромагнитной энергии имеет вид (здесь верхней чертой обозначено среднее по окружности значение):

$$S_{rfz} = \left[ \begin{array}{l} \overline{S_r} = -\frac{J_o^2 r}{2} - \frac{1}{2} j_\phi^2 r^3 \overline{\sin^2(\alpha\phi)} - h_\phi^2 r \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \overline{\cos^2(\alpha\phi)} \\ \overline{S_\phi} = -\frac{\alpha^2}{2} h_\phi^2 r \overline{\sin^2(\alpha\phi)} \\ \overline{S_z} = -j_\phi h_\phi r^2 \frac{\alpha}{2} \end{array} \right]$$

или

$$S_{rfz} = \left[ \begin{array}{l} \overline{S_r} = -\frac{J_o^2 r}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} j_\phi^2 r^3 - \frac{h_\phi^2 r}{\sqrt{2}} \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \\ \overline{S_\phi} = -\frac{\alpha^2}{2\sqrt{2}} h_\phi^2 r \\ \overline{S_z} = -j_\phi h_\phi r^2 \frac{\alpha}{2} \end{array} \right] \tag{22}$$

На рис. 14 показаны графики функций (22) при  $\alpha = 2$ ,  $R = 0.001$ ,  $J_o = 3 \cdot 10^6$ ,  $h_\phi \approx 0.01 J_o$ ,  $j_\phi = 100 J_o$  в системе СИ – см. также [1].

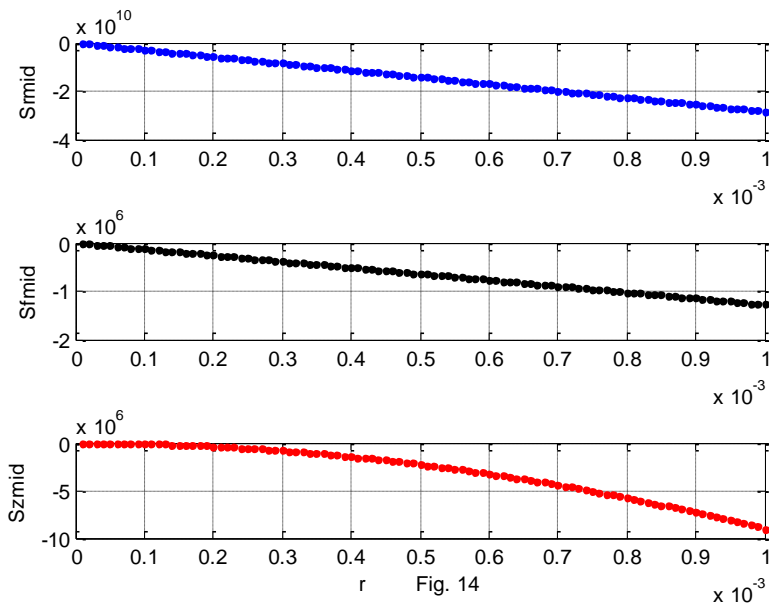


Fig. 14

### 3. Анализ результатов

Прежде всего, напомним, что по существующим представлениям в единицу длины провода поступает внешний поток энергии, направленный по радиусу к оси провода и имеющий величину

$$S_w = -\rho\pi R^2 J_o^2, \quad (23)$$

в точности равную мощности тепловых потерь в проводе единичной длины.

Из (22) следует, что существует средний по каждой окружности поток электромагнитной энергии  $S_{ro}$ , направленный по по радиусу к оси провода. На единице длины провода и через всю длину окружности этот поток определяется по (22):

$$\begin{aligned} S_{ro} &= 2\pi r \rho \overline{S_r} = 2\pi r \rho \left[ -\frac{J_o^2 r}{2} - \frac{1}{2\sqrt{2}} j_\phi^2 r^3 - \frac{h_\phi^2 r}{\sqrt{2}} \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \right] = \\ &= -\rho\pi \left[ J_o^2 r^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} j_\phi^2 r^4 + \sqrt{2} h_\phi^2 r^2 \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (24)$$

На внешнем радиусе провода

$$S_{ro} = -\rho\pi \left[ J_o^2 R^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} j_\phi^2 R^4 + \sqrt{2} h_\phi^2 R^2 \left( 1 + \alpha - \frac{\alpha^2}{2} \right) \right]. \quad (25)$$

Видно, что это значение превышает общепринятое значение (23), колеблется по величине вдоль окружности и, главное, является результатом внутренних токов и напряженностей, т.е. **не** поступает извне.

Существует также средний по каждой окружности поток электромагнитной энергии  $S_{\phi o}$ , направленный по окружностям сечения провода. На единице длины провода этот поток определяется по (22):

$$S_{\phi o} = \rho \overline{S_\phi} = -\frac{\rho \alpha^2 h_\phi^2}{2\sqrt{2}} r \quad (26)$$

Этот поток, циркулирующий по всему сечению через весь радиус, равен интегралу от (26) по  $r$ , т.е.

$$S_{\phi all} = -\frac{\pi \rho \alpha^2 h_\phi^2 R^2}{2\sqrt{2}}. \quad (27)$$

Существует также поток электромагнитной энергии  $S_{zo}$ , направленный вдоль оси провода. Это предсказывалось в [1]. На единице длины провода этот поток определяется по (22):

$$S_{zo} = \rho \overline{S_z} = -\frac{\alpha}{2} \rho j_\varphi h_\varphi r^2 \tag{28}$$

Этот поток через все сечение равен интегралу от (28) по  $r$ , т.е.

$$S_{zoall} = -\frac{\rho \alpha j_\varphi h_\varphi R^3}{6} \tag{29}$$

При выборе положительного знака в формуле (7), т.е. в том случае, если  $j_\varphi < 0$  ток циркулирует по часовой стрелке, этот поток (29) направлен в сторону основного тока  $J_o$ . Учитывая (7, 29), получаем поток в каждом сечении провода:

$$S_{zoall} = \frac{\rho \alpha \eta h_\varphi^2 R^4}{6} \tag{30}$$

Итак, в проводе циркулируют потоки  $S_{ro}$ ,  $S_{\varphi oall}$ ,  $S_{zoall}$ . Они являются внутренними. Они порождаются токами и магнитными напряженностями, создаваемые этими токами. В свою очередь, эти потоки возбуждают токи, как силы Лоренца. При этом энергия потоков расходуется на тепловые потери токов.

Вдоль провода идет поток  $S_{zoall}$ , величина которого остается неизменной на всей длине провода.

### Приложение – таблица размерностей

Величина	Размерность в СИ
$\rho$ (удельное сопротивление)	Ом*m
$J$ (плотность тока)	А/м <sup>2</sup>
$j_\varphi$	А/м <sup>3</sup>
$H$ (магнитная напряженность)	А/м
$h_\varphi$	А/м <sup>2</sup>
$P$ (плотность мощности)	Ом*А <sup>2</sup> /м <sup>2</sup>
$S$ (плотность потока электромагнитной энергии)	Ом*А <sup>2</sup> /м <sup>2</sup>
$S_w, S_{ro}, S_{\varphi oall}$	Ом*А <sup>2</sup> /м <sup>2</sup>
$S_r, S_f, S_z$	А <sup>2</sup> /м <sup>3</sup>
$S_{fo}, S_{zo}$	Ом*А <sup>2</sup> /м <sup>3</sup>
$S_{zoall}$	Ом*А <sup>2</sup>

## Литература

1. Хмельник С.И. Структура постоянного тока, данный выпуск.
2. Хмельник С.И. Поток электромагнитной энергии в проводнике с постоянным током, «Доклады независимых авторов», изд. «DNA», ISSN 2225—6717, Россия – Израиль, 2015, вып. 32. ISBN 978-1-312-19894-4, printed in USA, Lulu Inc., ID 16319679; <http://vixra.org/pdf/1503.0048v1.pdf>
3. Хмельник С.И. Четвертая электромагнитная индукция, «Доклады независимых авторов», изд. «DNA», ISSN 2225—6717, Россия – Израиль, 2015, вып. 31. ISBN 978-1-312-90496-5, printed in USA, Lulu Inc., ID 16318950; <http://vixra.org/pdf/1412.0214v3.pdf>
4. Хмельник С. И. Структура потока электромагнитной энергии в проводе с постоянным током, <http://vixra.org/pdf/1504.0061v1.pdf>